

precedida de la partícula «no». Si una idea es verdadera, su negación es falsa. Si es falsa, su negación es verdadera. Una idea negativa puede a su vez ser negada. Como los negadores se escriben siempre delante, no hay confusión posible. La negación de la negación de una idea equivale a esa misma idea, sin negar. No-no- A equivale a A . Los estoicos sabían manejar la doble negación con la misma facilidad que nosotros.

La conjunción de dos ideas o proposiciones es verdadera si ambas son verdaderas. Es falsa, si al menos una de ellas es falsa. Así (A y B) es verdadera si y solo si tanto A como B son verdaderas.

La alternativa (o disyunción exclusiva) de dos ideas o proposiciones es verdadera si una de ellas es verdadera y la otra falsa. Así, (o A o B) es verdadera si y solo si (A es verdadera y B falsa) o (A es falsa y B verdadera). Así como la negación y conjunción de los estoicos coinciden con las nuestras, su alternativa difiere de nuestra disyunción, que es inclusiva.

El condicional (filónico) de dos ideas o proposiciones es falso, si su antecedente es verdadero y su consiguiente, falso. En los demás casos es verdadero. Así (si A , entonces B) es verdadera si y solo si no ocurre que A sea verdadera y B sea falsa. Este condicional coincide también con el nuestro.

Además de este condicional (filónico), Crisipo definió la relación de implicación entre proposiciones. No hay que confundir la implicación (*synártēsis*) con el condicional. La implicación es mucho más fuerte. Para que la relación condicional se dé entre dos ideas –si A , entonces B – basta con que, de hecho, no ocurra que A y no B .

Para que la relación de implicación se dé entre dos proposiciones – A implica B – no basta con que de hecho no ocurra que A y no B , sino que es preciso que sea imposible que ocurra que A y no B , es preciso que sea contradictorio que A y no B . El condicional puede darse entre dos ideas que no tengan nada que ver entre sí, pero la implicación solo se da entre dos ideas estrechamente relacionadas y tales que la segunda sea una consecuencia lógica de la primera. La falta de distinción entre condicional e implicación ha dado lugar a muchas discusiones confusas y estériles.

Crisipo sabía que una argumentación es correcta si y solo si sus premisas implican su conclusión. También distinguía perfectamente entre la corrección (formal) de la argumentación y la verdad (material) de las proposiciones de que consta. Llama demostración (*apódeixis*) a un razonamiento que cumple estas tres condiciones: (1) es formalmente correcto, es decir, sus premisas implican su conclusión, (2) todas las proposiciones de que consta (premisas y conclusión) son verdaderas, y (3) antes de realizar el razonamiento, la verdad de sus premisas era conocida, pero no la de su conclusión.

A diferencia de Aristóteles, Crisipo no formula las implicaciones en forma de leyes, sino en forma de inferencias. Con él la lógica alcanza un alto nivel de precisión formal. Distingue entre los razonamientos concretos (con proposiciones determinadas), y los esquemas formales de razonamiento o inferencia, las reglas de inferencia. Las reglas de inferencia se formulan con ayuda de variables (que aquí no son letras, sino ordinales:

lo primero, lo segundo, lo tercero, etc.), que se refieren indistintamente a ideas o proposiciones cualesquiera. He aquí su formulación de un esquema o regla de inferencia:

Si lo primero, entonces lo segundo.
Pero lo primero.
Luego lo segundo.

He aquí un razonamiento que se ajusta a esta regla:

Si llueve, entonces el suelo se moja.
Pero llueve.
Luego el suelo se moja.

El sistema lógico formal de Crisipo constituye lo que se llama ahora un cálculo de deducción natural, es decir, un cálculo a base de reglas de inferencia. De los múltiples esquemas de inferencia correctos (es decir, correspondientes a implicaciones), Crisipo elige cinco como primitivos, a los que llama los cinco indemostrados¹. Todos los demás son demostrables a partir de estos cinco. He aquí los cinco indemostrados, es decir, las cinco reglas primitivas del cálculo (nosotros escribimos letras mayúsculas para referirnos a ideas o proposiciones cualesquiera, en vez de números ordinales):

$si\ A,\ entonces\ B$ A (1) ----- B	$si\ A,\ entonces\ B$ $no\ B$ (2) ----- $no\ A$
--	--

$no\ (A\ y\ B)$ A (3) ----- $no\ B$	$o\ A\ o\ B$ A (4) ----- $no\ B$
$o\ A\ o\ B$ $no\ A$ (5) ----- B	

Como fácilmente se aprecia, la primera de estas reglas es la que luego sería llamada *modus ponens*, y la segunda, *modus tollens*. Con ayuda de estas cinco reglas primitivas de inferencias, Crisipo probaba otros muchos «innumerables», según Cicerón—esquemas de razonamiento, múltiples reglas derivadas de inferencia. Conocemos algunos ejemplos, transmitidos por Sexto Empírico. Así, un esquema válido de razonamiento es el siguiente:

$si\ A,\ entonces\ (si\ A,\ entonces\ B)$ A (6) ----- B
--

Crisipo lo prueba así:

1. $si\ A,\ entonces\ (si\ A,\ entonces\ B)$	premisa
2. A	premisa
3. $si\ A,\ entonces\ B$	por regla (1), aplicada a 1 y 2
4. B	por regla (1), aplicada a 3 y 2

He aquí otro esquema válido:

si $(A \text{ y } B)$, entonces C	
no C	
A	
no B	

Crisipo lo prueba así:

- | | |
|---|---------------------------------|
| 1. si $(A \text{ y } B)$, entonces C | premisa |
| 2. no C | premisa |
| 3. A | premisa |
| 4. no $(A \text{ y } B)$ | por regla (2), aplicada a 1 y 2 |
| 5. no B | por regla (3), aplicada a 4 y 3 |

He aquí un tercer y último ejemplo de esquema válido:

$\text{o } A \text{ o } (\text{o } B \text{ o } C)$	
no A	
no B	
C	

He aquí su prueba:

- | | |
|--|---------------------------------|
| 1. $\text{o } A \text{ o } (\text{o } B \text{ o } C)$ | premisa |
| 2. no A | premisa |
| 3. no B | premisa |
| 4. $\text{o } B \text{ o } C$ | por regla (5), aplicada a 1 y 2 |
| 5. C | por regla (5), aplicada a 4 y 3 |

Con Crisipo la lógica alcanza un nivel (tanto en el campo de la semántica como en el del cálculo) que no será superado hasta el siglo XIX.

En definitiva, Crisipo había desarrollado la lógica de la conexión, y Aristóteles, un fragmento de la lógica de la cuantificación. Se trataba de dos lógicas complementarias y hubiera sido de esperar que se integrasen. Sin embargo, ello no fue así. A partir de la muerte de Crisipo, tanto los estoicos como los peripatéticos dejaron de cultivar la lógica de un modo creativo, para convertirse en repetidores de teorías mal entendidas. En sus aspectos más básicos, a las geniales contribuciones de Aristóteles y Crisipo seguiría un estancamiento de dos mil años.

La física estoica

La física estoica es una especulación grandiosa acerca de la totalidad de la realidad. La física, en efecto, trata de los cuerpos. Y todo lo que hay son cuerpos, es decir, objetos tridimensionales que resisten la presión exterior. Todo lo que actúa o es actuado es corpóreo. Todo lo real es corpóreo. La existencia y la corporeidad son lo mismo. Solo a los cuerpos podemos llamar existentes, solo los cuerpos existen. Por eso el objeto de la física, que es la ciencia de los cuerpos, abarca toda la realidad.

Las formas separadas de Platón, que serían incorpóreas, no existen. El motor inmóvil de Aristóteles, que sería incorpóreo, no existe. Todo lo que existe es corpóreo. Los elementos y los minerales, las plantas y los animales, las almas, las virtudes, los dioses, las palabras... todo es

corpóreo. Solo hay cuatro excepciones a este principio general: el significado o *lektón* es incorpóreo, así como el vacío, el lugar y el tiempo. Absolutamente todo lo demás es cuerpo.

En medio del vacío infinito se encuentra el universo, enorme esfera maciza rodeada de fuego. En el universo entero, lo mismo que en cada caso singular, podemos distinguir dos aspectos o principios básicos: el principio activo *-to poiouîn-* y el principio pasivo *-to páskhon*. Estos dos principios son inseparables y no se da el uno sin el otro. La conjunción de ambos forma el universo y también cada cosa, cada cuerpo.

El principio pasivo es la materia, sustrato pasivo, inerte e incualificado de todas las cosas, de todas las determinaciones y de todos los cambios. El concepto estoico de materia está muy cerca del aristotélico.

El principio activo es el fuego, un fuego viviente y vivificador, formativo y artista, que penetra y organiza la materia, que determina y mueve todas las cosas. Este fuego cósmico, vivo e inteligente se identifica con Dios, con Zeus, con el *lógos* o razón universal.

Nunca vemos la materia pura, no informada por el principio activo. Nunca vemos tampoco el fuego viviente en estado puro, que solo se encuentra en la periferia del universo. Solo, a veces, en las tormentas, las nubes concentran el fuego activo que las informa en un gran chispazo de fuego, en un rayo. Los rayos son lo más próximo al fuego puro que nos es dado ver.

El universo está vivo, vive, palpita, está atravesado por una gran alegría, piensa con gran inteligencia. El universo es un inmenso animal, cuya alma es el fuego o Dios.

Dios no es algo distinto del mundo, como el motor inmóvil de Aristóteles, sino que es inmanente al mundo. Dios es el alma y la vida del mundo.

El todo se compone del vano infinito y del mundo. En el vacío no hay nada y en el mundo no hay vacío. Vacío y mundo se excluyen, pues el mundo es cuerpo y el vacío es ausencia de cuerpo. El mundo estoico, como el aristotélico y a diferencia del epicúreo, es un mundo material continuo, sin vacío, sin fisuras ni burbujas. En el vacío no puede haber materia ni movimiento. Todo lo que hay lo hay en el mundo, que es único y finito, también de acuerdo con Aristóteles y en contra de la tesis epicúrea de la pluralidad infinita de los mundos.

El universo estoico es una esfera compacta y finita. En el centro de ese universo está la Tierra inmóvil, sobre la que descansan las aguas y los mares. Encima, la atmósfera o esfera del aire. Encima de ésta, las esferas celestes: la esfera de la Luna, que ejerce un notable influjo sobre la Tierra, la esfera del Sol, las esferas de los planetas. Encima de todo, la esfera de las estrellas fijas. Y rodeándolo todo, el fuego puro divino. Los astros son dioses de fuego puro (excepto la Luna, que es de fuego mezclado con aire), anclados en sus respectivas esferas. Los dioses astrales son ellos mismos esféricos vivientes, conscientes y buenos. Alrededor de la última esfera y antes de que se inicie el vacío se encuentra el fuego más puro e inextinguible. La estructura del universo estoico se parece a la del aristotélico. Pero el universo estoico está traspasado de vida, está animado (*émpsykhon*), es racional (*logikón*), posee la virtud perfecta. El universo es filósofo y sabio, vive en la alegría, eternamente sereno y autosuficiente.

El pneuma y el alma

El principio activo o fuego se mezcla con el aire para dar lugar al soplo o pneuma (*pneûma*), principio dinámico que mantiene la unidad y cohesión de las cosas. El pneuma es un compuesto de aire y fuego en continuo movimiento y tensión –*tónos*–, contrayéndose (en cuanto aire frío) y expandiéndose (en cuanto fuego) continuamente e impidiendo así la disgregación de las cosas. Tanto el universo entero, como las cosas concretas, orgánicas o inorgánicas, deben al pneuma su identidad, permanencia y propiedades. El tenuísimo pneuma penetra y une todas las cosas como una especie de campo de fuerza. El pneuma o soplo universal se divide en tantos soplos particulares cuantas cosas hay.

La tensión cohesiva del pneuma es mínima (aunque alguna) en las cosas compuestas inorgánicas. Tanto en ellas como en las plantas y los fetos de los animales la cohesión se reduce a una disposición. Pero la cohesión de los animales es mucho mayor, su pneuma o alma les proporciona unidad, impulso (*hormé*) y percepción (*phantasia*). El alma humana, finalmente, posee una chispa del fuego divino, su razón o inteligencia.

El pneuma universal posee las semillas inteligibles –pero materiales– de todas las cosas. Estas semillas inteligibles o logos espermáticos (*lógoi spermatikoí*) corresponden a la materialización de las formas platónicas y podrían compararse (anacrónicamente, claro) con los genes o portadores de la información genética. La comparación sería adecuada, pues es en la biología donde encuentran su principal campo de aplicación. Crisipo

–cuya física estamos exponiendo– era un gran observador de la naturaleza y un buen conocedor de los estudios biológicos de Teofrasto y otros naturalistas. Los animales y las plantas se reproducen engendrando crías de la misma especie. Cada especie está formada de acuerdo con ciertas características o instrucciones contenidas en sus semillas inteligibles específicas. Cada animal tiene su pneuma, que incluye las semillas inteligibles de su especie, que transmite a sus crías mediante la generación. Las semillas inteligibles contienen todos los detalles de organización del nuevo ser. Así, la transmisión de esas semillas inteligibles de generación en generación explica la permanencia de las especies. Lo mismo pasa con los humanos. Tanto el padre como la madre aportan sus semillas inteligibles y según que prevalezca la una o la otra, el infante se parecerá más al uno o a la otra, o incluso a alguno de sus abuelos.

El alma humana es un trozo del pneuma o soplo cósmico, como la de cualquier animal. Pero, además, en cada alma humana hay una parte de fuego puro, una chispa del fuego divino, del principio ordenador del universo, algo del alma del mundo, algo que constituye el elemento dominante o hegemónico –*tò hēgemonikón*– de nuestra alma y que es lo mejor de nosotros mismos.

El humán es un microcosmos, cuya estructura refleja la estructura del universo. Nuestro cuerpo es un compuesto de tierra y agua, mantenido, cohesionado, tensado y animado por el alma, pneuma o soplo cálido y racional, pero corpóreo también –compuesto de aire y fuego. Nuestra alma se alimenta por la respiración, por la que absorbe aire y fuego disperso en el aire.

El alma humana consta de ocho partes: una parte racional y dominante –*tò hēgemonikón*– que reside en el corazón, pues de él procede la voz, mediante la que expresamos nuestros pensamientos (aunque según Cleanthes reside en la cabeza), y siete partes o soplos especializados, correspondientes a los cinco sentidos, a la voz y al esperma. Estas siete partes especiales se ramifican a partir de la parte racional por todo el cuerpo hacia los órganos sensitivos, fonadores y sexuales, a la manera de los tentáculos de un pulpo o de los brazos de un equinodermo o de las patas de una araña.

Los dioses

Además del gran Dios o fuego activo universal hay multitud de dioses secundarios, que son como manifestaciones del Dios Ígneo, pues ellos mismos son de fuego. Por lo pronto hay los dioses astrales, los astros. También existen los dioses del panteón griego olímpico, aunque reinterpretados como fuerzas o partes del mundo. Así, Zeus es el fuego cósmico, Hera es el aire; Apolo, el sol; Posidón, el agua, etc. Los estoicos, que rechazaban la liturgia religiosa, los templos, los sacrificios y las imágenes, no tuvieron inconveniente, sin embargo, en asimilar los dioses tradicionales en su cosmología. De hecho, mantuvieron sonadas polémicas con los escépticos al respecto. Para los estoicos la existencia de los dioses era equivalente a la divinidad del mundo, con la cual estaban intelectual y emocionalmente comprometidos. Los estoicos ofrecieron muchos argumentos a favor de la divinidad. Como escribe Crispino:

Si hay algo en la naturaleza que la mente humana, su razón, su fuerza y su poder sean incapaces de producir, aquel ser que lo produjo ciertamente ha de ser superior al humán. Ahora bien, los cuerpos celestes y todas aquellas cosas cuyo orden es eterno no pueden ser producidas por el humán. Luego aquel ser que las produjo es superior a él. Y, ¿qué otro nombre que «Dios» íbamos a darle?²

Además, la existencia de los dioses permite explicar la adivinación y los oráculos. Los dioses, sabios, conocen el porvenir y, bondadosos, nos lo comunican por medio de adivinos, oráculos, sueños y presagios. De hecho, los cielos y los aires están llenos de dioses, como el mar está lleno de peces. Los dioses son animales perfectos, aunque mortales, cuerpos esféricos de fuego puro, sabios, buenos, felices. Toda la naturaleza está llena de dioses, atravesada de divinidad. La naturaleza misma es divina. Y en nuestra propia alma hay también algo divino.

Ciclo cósmico y determinismo

Más de dos siglos antes Heráclito había afirmado que «este mundo [...] siempre existió, existe y existirá como fuego siempre vivo, que conforme a medida se enciende y conforme a medida se apaga»³. Pero Heráclito se refería a que los constantes cambios del ciclo ascendente y descendente del fuego ocurren de un modo regular, conforme a medida. Los estoicos hicieron suyo este principio heraclíteo y lo amplificaron a un gran y periódico drama cósmico.

El universo es un gran animal sometido a una cíclica y dramática palpitación. De la unión del fuego y la materia resultan todas las cosas, elementos y minerales, plantas y animales, astros y dioses. Pero todas las cosas son perecederas y todas perecerán. La vida del universo transcurre en periodos cíclicos. Al final de cada periodo, el fuego y la materia –cuya unión había producido todas las cosas– se separan de nuevo, con lo que todas perecen. Cada ciclo de la vida cósmica termina con una gran conflagración (*ekpýrōsis*) en que el fuego purísimo e inextinguible de la periferia del universo penetra en él y crece hacia adentro hasta abarcar la totalidad del mundo, produciendo una gran purificación o *kátharsis* universal. Todo se extingue, todo muere y acaba. En esa fase el fuego puro se queda un momento como absorbido en sus propios pensamientos, como el motor inmóvil de Aristóteles. Pero pronto el fuego se retira de nuevo hacia la periferia del universo y sus restos se unen con la materia, generando otra vez todas las cosas. El mundo vuelve a renacer.

Este ciclo se repite eternamente con absoluta precisión, uniformidad y regularidad. Cada ciclo dura exactamente lo mismo que el anterior y en él se produce (o reproduce) exactamente lo mismo que se había producido antes. Una y otra vez volveremos a ver a Sócrates beber la cicuta, cada uno de nuestros actos se repetirá una y otra vez. Cada cosa, cada uno, vuelve a ser lo que fue y vuelve a hacer lo que hizo. El eterno retorno no tiene fin.

Estos ciclos cósmicos están implacablemente regulados por el *lógos* o ley universal, ley cósmica de la naturaleza, a la que todo se subordina y que todo lo predeter-

mina. Esta ley no le viene al universo desde fuera, es una ley inmanente al universo, una ley interna del fuego activo y divino. El universo es autónomo. Y esta ley no admite excepciones, ni errores. El universo es regular y uniforme.

Los estoicos recuperan el viejo tema griego del destino, que ya habían cantado Homero y Píndaro. El destino, la fatalidad, el sino –*heimarménē*– está por encima de los dioses y los hombres. El destino determina nuestras vidas, el resultado de nuestras acciones, el curso de la historia, la marcha de la naturaleza, la vida del mundo. Los epicúreos hablaban constantemente del azar e incluso Aristóteles le había hecho un hueco en su sistema. Pero el azar no existe. Nada sucede por azar, todo ocurre por necesidad. Y la necesidad, el destino, la fatalidad, es idéntica a la ley cósmica universal, a la ley de la naturaleza.

La causalidad liga todos los eventos que ocurren en el mundo unos con otros de un modo inexorable. Cuando conocemos la causa de algo de antemano, nos damos cuenta de que es necesario que ese algo ocurra. Pero cuando pensamos que algo es contingente o meramente posible, lo único que sucede es que ignoramos su causa. Los dioses, que todo lo conocen, pueden predecir el porvenir, que desde siempre está determinado. Cada idea es verdadera o falsa desde toda la eternidad. Cada cosa volverá a ocurrir en el futuro como ya ha ocurrido infinitas veces en el pasado. Es inútil pretender cambiar el curso de las cosas. El destino es superior a los dioses y a los hombres. Solo cabe conocerlo y acatarlo. Los dioses lo hacen todos así; de los hombres, solo los sabios.

De todos modos no hay que preocuparse. La «ley de bronce» de la necesidad, que liga inexorablemente los eventos del universo, no es una ley ciega, sino que es una ley bondadosa, providente y divina, que todo lo ordena hacia el fin de la máxima perfección y alegría. En efecto, la ley de la naturaleza es el principio autónomo del fuego divino, la regla de oro del animal perfecto, sabio y feliz que es el universo. El destino se identifica con la providencia.

Todo es bueno, bello, armonioso. Todo está óptimamente dispuesto conforme a una finalidad y providencia divinas. Existe lo máximo que puede existir. Ocurre lo mejor que puede suceder. Todo está perfectamente ordenado conforme a un plan grandioso y óptimo. El mal es solo aparente y contribuye al mayor bien del conjunto. Nosotros no podemos comprenderlo todo, pues solo poseemos una chispa del fuego divino, pero el gran Dios bondadoso, el fuego activo universal lo comprende todo y lo ordena todo del mejor modo posible. Así los estoicos se adelantan dos mil años a Leibniz en su formulación del principio del mejor de los mundos posibles.

La física estoica es una paradójica teología materialista o, si se prefiere, un materialismo religioso, en cualquier caso, un monismo panteísta. Nada es solo material. Nada es solo mental. Todo lo que existe –todo cuerpo– tiene algo de material, pasivo e inconsciente, y algo de activo, de ígneo, de divino. El universo entero está animado de vida y esa vida divina pasa por nosotros, llenándonos –si sabemos captarla– de admiración y arrullamiento. Por eso los estoicos desarrollaron un curioso y entusiasta sentimiento religioso hacia la ley de la naturaleza, que es Dios y que es Zeus y que es el alma del mundo.

El profeta persa Zarathustra había predicho una conflagración universal, en la que la lucha entre el bien celeste y el mal terrestre se acabará con la caída del fuego celeste y el incendio purificador de la Tierra. Los grandes estoicos –Zenón, Cleantes, Crisipo– eran todos asiáticos y estaban sin duda influidos por el mazdeísmo. Su deuda más explícita es con Heráclito, aunque también tomaron muchos elementos de Platón (la providencia, el alma del mundo) y de Aristóteles (la distinción de materia y forma, la estructura básica del mundo), así como de Teofrasto y otras fuentes. Pero todo lo supieron combinar en una concepción de la naturaleza original, romántica e inconfundible.

De todos modos, la física estoica era una pura especulación sobre la naturaleza de tipo casi presocrático. Sus rasgos básicos son arcaicos. Y ha perdido el contacto con la ciencia de su tiempo. Platón incorporaba a la cosmología del *Timeo* (a pesar de su carácter explícitamente mítico) los últimos descubrimientos de los geómetras de su tiempo. Aristóteles incorporó a la suya el sistema astronómico de Eudoxo de Knidos, ampliado por Kálippos, que era el último grito de la astronomía de su época. Pero los estoicos especulaban apartados de los matemáticos y astrónomos de su tiempo. Incluso rechazaron violentamente como una blasfemia el sistema heliocéntrico del universo propuesto en aquel entonces por Aristarco de Samos. Y entre sus místicas especulaciones y la verdadera ciencia física que estaba empezando a hacer Arquímedes había una insalvable distancia. Solo en el campo de la biología parece Crisipo haber estado realmente bien informado y a pesar de todo sitúa la

sede de la vida psíquica en el corazón, y no en la cabeza, que es donde correctamente la había situado Cleantes. Todo lo cual no es óbice, naturalmente, para admirar la belleza, originalidad y profundidad de la especulación estoica sobre la naturaleza, que en algunas de sus intuiciones incluso recuerda las modernas teorías físicas del campo (gravitatorio, electromagnético, etc.). Uno se sentiría tentado de comparar las contrapuestas físicas epicúrea y estoica con las recientes concepciones corpusculares y ondulatorias de la materia, o con las teorías de partículas y de campos, si no fuera por el irremediable anacronismo de tales comparaciones.

La ética estoica

La hirsuta moral cínica, convenientemente lavada y peinada, entró en la historia de la filosofía fundamentalmente a través de su influencia decisiva en la formación de la ética estoica.

Zenón de Kition, el fundador de la escuela estoica, llegó a Atenas cuando contaba solo veintidós años. Allí conoció al único Krates de Tebas, del que aprendió los puntos básicos de la actitud moral cínica, que en gran parte hizo suyos. En efecto, en la ética estoica que él empezó a desarrollar y exponer en el pórtico pintado de Atenas a partir del año -300 reaparecen las tesis cínicas básicas: la indiferencia del sabio por las cosas exteriores, su autosuficiencia, el cosmopolitismo. Al igual que Diógenes, Zenón rechaza el matrimonio como una institución convencional antinatural, recomienda la comuni-

dad de mujeres y no ve nada de malo en el incesto, cuya prohibición es meramente convencional. Tampoco ve razón para enterrar a los cadáveres, más bien que para comérselos, por ejemplo. Opiniones deliberadamente provocativas, reflejo de la fresca influencia cínica.

De todos modos, Zenón no era un Diógenes desarra- pado y burdo, sino un pensador sutil y urbano, versado en lógica megárica y filosofía platónica e iniciador del sistema filosófico más importante e influyente de la época helenística: el estoicismo. Tanto Zenón, como sus sucesores al frente de la escuela, Cleantes y Crisipo, refinaron las iniciales tesis cínicas, las modularon con elementos tomados de Platón y Aristóteles, las desarrollaron creativamente y, finalmente, acabaron integrándolas en una filosofía global de gran envergadura y sutileza, en cuya ética, sin embargo, siguen percibiéndose ecos cínicos.

Ya vimos que según la física estoica nuestro mundo no es eterno, sino que periódicamente colapsa en una gigantesca llamarada o conflagración, para volver luego a renacer y desarrollarse idéntico a como antes había sido. Cada cosa que fue volverá a ser tal como fue, indefinidamente, en un inacabable y eterno retorno. Este universo oscilante y espasmódico tiene en sí mismo el principio o ley de sus periódicos cambios. Esta ley de la naturaleza determina el acontecer universal. Nada se sustrae a ella, ni los ciclos cósmicos de generación y destrucción del mundo ni los más nimios detalles de las cosas minúsculas. Pero esta ley no ha sido dada al universo desde fuera. Fuera del universo no hay nada, su ley es inmanente, el mundo es autónomo. Esta ley cósmica no solo es inteli-

gible, sino también inteligente. El cosmos conoce su propia ley y la acata absolutamente, de un modo armonioso y voluntario. Esta «ley de bronce» del universo no admite excepciones ni desvíos. Cada ciclo cósmico se repite con infalible regularidad, el mundo es uniforme. El universo es, pues, ordenado, autónomo, uniforme y sabio (concedor y cumplidor de la ley cósmica, que es su propia ley). La idea básica de la moral estoica estriba en tratar de hacernos a nosotros mismos tan ordenados, autónomos y uniformes como el universo mismo, del que formamos parte, en tratar de hacernos sabios, conociendo y aceptando en todos sus detalles la ley cósmica, que es nuestra propia ley.

En cuanto que nada escapa a la ley de la naturaleza, ésta se identifica con el destino, que determina todas y cada una de las cosas que acaecen con absoluta necesidad. En cuanto que esta ley de la naturaleza es un fuego divino, inteligente y bondadoso que todo lo conoce, lo prevé y lo ordena para la mayor perfección del conjunto, se identifica con la divina providencia. En efecto, Dios, Zeus, fuego, ley de la naturaleza, destino y providencia son lo mismo, el factor activo del mundo, el alma del universo. La moral del sabio estoico consiste en entregarse a ese destino-providencia, en identificar su propia alma con el alma del cosmos.

En cada uno de los humanos hay una chispa del fuego divino, del principio activo y ordenador del universo. En nuestra alma hay algo del alma del mundo. El elemento dominante o hegemónico de nuestra alma coincide con el elemento dominante de la naturaleza. Ese elemento es la razón. Por eso el que vive conforme a la razón, vive

conforme a lo mejor y más dominante de sí mismo, que a su vez coincide con la ley de la naturaleza. Por eso las tres máximas fundamentales de la ética estoica –vivir conforme a la naturaleza; vivir conforme a la razón; vivir conforme a uno mismo– son en realidad la misma máxima. La autenticidad individual se confunde con la sumisión a la razón cósmica, pues esa razón cósmica está en nosotros, es lo mejor y más íntimo de nosotros mismos.

Si vivimos de acuerdo con el providente y necesario orden cósmico, nos haremos ordenados, autónomos y uniformes como el cosmos mismo, con lo cual obtendremos la *apáttheia* (imperturbabilidad, impassibilidad, paz espiritual), la *euthymía* (buen ánimo, alegría serena) y la *eudaimonía* (felicidad).

La virtud

¿Cómo alcanzar este estado? Estudiando la filosofía estoica, siguiendo el ejemplo del sabio imperturbable, si conocemos alguno, y, sobre todo, haciéndonos nosotros mismos sabios mediante la adquisición de la virtud. En efecto, la virtud es lo único por lo que debemos afanarnos y tratar de adquirir, puesto que es lo único bueno que hay en la vida.

Los estoicos dividían las cosas que podemos obtener en tres grupos: cosas buenas (*agathà*), cosas malas (*kakà*) y cosas indiferentes (*adiáphora*). Las cosas buenas son exclusivamente las virtudes, las cosas malas son los vicios y pasiones. Indiferentes son todas las demás cosas: la vida y la muerte, el placer y el dolor, la salud y la enfer-

medad, la reputación y la mala fama, la riqueza y la pobreza.

Las virtudes pueden distinguirse conceptualmente unas de otras: autocontrol, sabiduría, justicia, valentía, etc. Pero en la realidad todas van juntas. O las tenemos todas, o no tenemos ninguna. El que tiene la virtud —por que en realidad no hay más que una, que las abarca todas— la posee perfectamente y para siempre: es el sabio. Pero es difícil conseguirla. Hay una distinción tajante entre el sabio, que posee la totalidad de la virtud y es completamente imperturbable y autosuficiente, y el necio, que carece de virtud. La mayoría de los humanos somos necios. Y de los que intentan ser sabios, muy pocos lo consiguen, y éstos, en general, tarde, a veces poco antes de la muerte.

Las cosas malas son las pasiones que obnubilan la razón e impiden alcanzar la virtud. Pero, ¿qué es la virtud? La virtud es una disposición constante que establece el acuerdo del individuo consigo mismo y con la naturaleza. Eso es lo que todos debemos aspirar a hacer y lo que el sabio hace: actuar siempre de acuerdo con la naturaleza, con la ley cósmica.

Pero, ¿no hemos quedado en que cada acto del universo acaece necesariamente en función de la ley cósmica, está determinado por el destino? Entonces, ¿a qué vienen esas exhortaciones a seguir esa ley, si de todos modos no podemos por menos de seguirla, puesto que todo está predeterminado? ¿Qué es lo que se nos exhorta a hacer, que no hagamos en cualquier caso? ¿En qué se diferencia el sabio del necio, si ninguno de los dos es libre de alterar el curso inmutable de la naturaleza?

Lo que ha de pasar pasará de todos modos. No hay fuerza humana ni divina que pueda evitarlo. Pero el necio se opone a ello, trata de andar a contracorriente y es arrastrado a la fuerza por el destino, como el perro díscolo que es arrastrado a la fuerza. De esa pretensión de rebelarse contra la necesidad surge todo nuestro malestar. Asintiendo libremente al destino se logra la serenidad del sabio. Oponerle resistencia es propio del necio, dominado por sus pasiones. Nuestras pasiones son malas consejeras, se olvidan de la ley implacable de la naturaleza y tratan de ir a su aire, sin conseguirlo, claro, pero sumiéndonos en la excitación y la frustración. El sabio, por el contrario, reconoce el orden de la naturaleza, que en sí mismo es benevolente y divino, y lo acepta de buena gana, voluntariamente. En eso consiste la libertad del sabio, que es la única libertad posible del hombre, en la aceptación libre y consciente del destino. El sabio estoico se abandona a la corriente de vida universal que pasa por él, la acepta y la bendice. La parte racional y divina del sabio ha sintonizado perfectamente con la razón universal del cosmos, su voluntad consciente se confunde con el destino inexorable, que él mira cara a cara y acepta. Este hombre es imperturbable, nada puede sorprenderlo, pues todo lo ha conocido y aceptado de antemano.

Cosmopolitismo

Pero el sabio estoico no debe limitarse a buscar su propia felicidad, sino que debe también ser útil a los demás hombres, sin distinción, pues todos son sus hermanos,

hijos todos del mismo Dios o *lógos* universal. Esta fraternidad universal, que traspasa las fronteras y derrumba las barreras entre clases sociales, se basa en el reconocimiento del fuego divino que hay en cada humán. Todos los hombres y mujeres del mundo, incluso los llamados esclavos y extranjeros, albergan en su interior una chispa del fuego divino.

La ley de la naturaleza, anterior y superior a las leyes convencionales de los Estados, no reconoce fronteras, ni distinciones de amo y esclavo, de súbdito y rey, de nacional y extranjero. Por ello, el sabio estoico debe promover una cosmópolis que sea como el fiel reflejo social del orden perfecto y natural que reina en el cosmos. El estoico se siente ciudadano del mundo, cosmopolita.

El estoicismo convirtió la arisca actitud cínica en una moral respetable y respetada, susceptible de ser adoptada por los funcionarios de los grandes imperios que sucedieron al mundo de la *pólis*. Además, en una época en que la religión olímpica griega había caído en completo descrédito, pero en que una gran ansia de salvación religiosa se extendía por el mundo, como respuesta al sentimiento de desamparo que aturdió a la gente, el estoicismo ofrecía una respuesta a la vez racional y religiosa, que satisfacía tanto el oscuro afán de misticismo propio de la época como la exigencia de rigor lógico y especulación racional característica de la tradición griega. Y el mensaje no se dirigía a los ciudadanos de una *pólis* o a los helenos en particular, sino a todos los humanos de todos los países, de todas las etnias y de todas las clases sociales. Entre los más famosos estoicos romanos se encontrarían un esclavo, Epicteto, y un emperador, Marco Aurelio.

No es de extrañar si el estoicismo acabó convirtiéndose en la filosofía dominante de las épocas helenística y romana.

Los estoicos posteriores fueron perdiendo el interés por la lógica y la física, concentrándose más y más en la ética. Finalmente, lo que el estoicismo ha legado a la posteridad y aún pervive en el acervo cultural de nuestros días es la imagen del sabio imperturbable que afronta con serenidad los embates de la vida. Como escribiría el estoico emperador Marco Aurelio:

Has de ser como una roca contra la que se estrellan todas las olas. La roca permanece firme, y el oleaje acaba amansándose a su alrededor.

El sabio estoico no se deja doblegar por los golpes del destino, que él acepta sin pestañear. Un orgullo altivo y una serenidad sobrehumana lo hacen sobreponerse a todas las adversidades de la vida. Es la imagen que todavía asociamos con el adjetivo y es el concepto de filosofía en que pensamos cuando en momentos de desgracia aconsejamos a alguien que se tome las cosas con filosofía.

5. El escepticismo

El escepticismo pirrónico

En los comienzos de la época helenística, tan llenos de riesgos, incitaciones y peligros, los filósofos trataban sobre todo de evitar la angustia y el desasosiego, y buscaban la calma y la tranquilidad de ánimo en la que hacían consistir la felicidad. Unos la buscaban en el placer morigerado y la visión atomista del mundo. Otros en el dominio de las pasiones y la identificación con el fondo racional del universo. Pero esas diversas propuestas se basaban en la afirmación rotunda y sin fisuras de toda una física y una ética, afirmación razonada, pero ajena a la crítica interna y la duda, y en definitiva dogmática. Pirrón (en griego, *Pýrrōn*) de Elis también buscaba la tranquilidad del ánimo, pero no la encontraba en afirmación alguna, sino precisamente en la ausencia de toda afirmación.

En la filosofía griega anterior ya había habido precedentes de la actitud escéptica. Protágoras de Abdera (en griego, *Prōtagōras Abdērītēs*) había sostenido que la única realidad accesible a los humanos es la de las apariencias que éstos perciben y había negado validez a las pretensiones de los filósofos de alcanzar un conocimiento objetivo que fuera más allá de lo aparente. También en Abdera, Demócrito había negado toda validez a las opiniones corrientes, aunque él tuviera por su parte una doctrina presuntamente verdadera que exponer. De Abdera procedía también Anaxarco (*Anáxarkhos*), un democríteo de tendencia escéptica, que sería maestro y compañero de Pirrón. Por otro lado el sofista Hippiás, procedente de Elis como Pirrón, había profesado un empirismo fenomenista radical, completamente opuesto a Platón. No existen formas inteligibles ni entidad alguna fuera de las apariencias sensibles de los objetos. Es posible que Pirrón oyese en su juventud a su ilustre paisano. En cualquier caso las diversas tendencias escépticas ya presentes en el pensamiento griego anterior confluyeron y cristalizaron en él, hasta el punto de que los términos «pirronismo» y «escepticismo» acabaron siendo sinónimos.

Pirrón nació hacia -365 en Elis, en el Peloponeso noroccidental. Al principio se ganó la vida como pintor. Fue discípulo u oyente de Euclides de Megara, que lo introdujo en las sutilezas de la dialéctica, y de Anaxarco, por quien tuvo noticia de la tradición de Abdera. Junto con su maestro Anaxarco se alistó en la gran expedición militar de Alejandro Magno, llegando así hasta la India, donde conoció a los *gymnosophistai* (sofistas desnudos)

o ascetas hindúes, lo cual pudo contribuir a hacerle pensar en la relatividad de las creencias humanas. De vuelta a Elis abrió escuela. Entre sus discípulos se contaba Timón Flisios, que popularizó sus tesis por escrito. Pirrón mismo no escribió nada. Murió hacia -275.

Timón (en griego, *Tímōn*) nació hacia -320 en Flis, también en el Peloponeso. Primero fue discípulo del megárico Estilpón, pero luego descubrió a Pirrón, cuyas enseñanzas siguió con entusiasmo. Más tarde vivió como sofista en Kalkhedón (en el Bósforo) y posteriormente se estableció en Atenas, donde no dejó discípulos. Murió hacia -230. Escribió mucho y de todo: tragedias, comedias, sátiras y obras filosóficas en prosa. Entre estas últimas destacan los tres libros de *Silloi* (pasquines), en que defendía el escepticismo y atacaba a los filósofos dogmáticos. Todas sus obras se han perdido.

Pirrón y Timón no negaban que existieran las cosas en sí mismas o que tuvieran una naturaleza propia. Pero tales cosas en sí son no-manifestas (*ádēla*), inaccesibles e incognoscibles para nosotros. Solo podemos conocer las cosas relativamente a nosotros, a nuestra situación y a nuestro aparato sensorial, es decir, como cosas en o para nosotros, como apariencias o representaciones o fenómenos (*phainómena*). Los fenómenos o apariencias o representaciones sensoriales no son algo absoluto o en sí, sino algo relativo, efecto y resultado tanto de los objetos que los provocan como de nuestra propia situación y sensibilidad.

Solo nos es accesible y cognoscible la apariencia. No es posible inferir de lo que aparece aquello que realmente es. En esa inferencia ilegítima se basan los dogmáticos para hacer sus afirmaciones metafísicas acerca del mun-

do. «Nadie discute las representaciones, lo que ponemos en duda es que con ellas coincidan los objetos representados»¹. No es que lo neguemos. Ni lo afirmamos ni lo negamos. Nos limitamos a ponerlo en duda, pues no nos es dado ir más allá. Los dogmáticos hacen todo tipo de afirmaciones acerca de las cosas, no en cuanto percibidas como aparentes (*phainómena*), sino pensadas como reales y en sí (*nóumena*). Pero el ámbito del saber se limita a lo fenoménico, a lo que se me aparece; lo nouménico, la realidad en sí, me es incognoscible. La famosa distinción kantiana aparece aquí ya claramente expresada.

Puesto que es imposible conocer las cosas en sí, las cosas con independencia de la impresión fenoménica que producen en nosotros, no podemos decir lo que son las cosas en sí, sino sólo lo que son en relación a nosotros, como representaciones nuestras. Por tanto, hay que suspender el juicio sobre lo que las cosas sean efectivamente y con independencia de nosotros. Esta suspensión del juicio se llama *epokhē* y constituye el primer paso hacia la sabiduría. De la *epokhē* se sigue la *aphasía*, la abstención de afirmar o negar, en definitiva, el silencio. Esta *epokhē* y esta *aphasía*, este abstenernos de enjuiciar y de aseverar, acaba por eliminar de raíz las inquietudes, los temores, los problemas, conduciéndonos a la impassibilidad, a la calma, a la tranquilidad anímica (*ataraxía*), en que consiste la felicidad. «El fin del escéptico consiste en la calma [ataraxía] respecto a las opiniones y en el equilibrio de las pasiones [...]. A la suspensión del juicio sigue felizmente la calma de las opiniones»².

El escéptico considera todos los argumentos en pro y en contra de cada tesis, y ve que se equilibran. Él no

toma partido, pues es consciente de la vanidad de las pretensiones epistemológicas que aspiran a sobrepasar lo fenoménicamente dado. Las polémicas entre las diversas escuelas dogmáticas son inacabables e inconcluyentes, pues los problemas sobre las que versan están mal planteados. Tanto valen unas soluciones como otras, pues ninguna vale nada. Y no se trata tampoco de oponerles otra solución distinta, sino de darse cuenta de que no necesitan solución alguna, de que esos problemas metafísicos no deben ser resueltos, sino disueltos, para decirlo en términos wittgensteinianos. Esa disolución tendría virtud terapéutica. Disueltos los problemas que atormentaban a nuestra mente, ésta descansará en el silencio, en la calma, en la felicidad.

El escepticismo rechaza toda metafísica dogmática que pretenda decir cómo es el mundo en sí, pero acepta las apariencias, los fenómenos, las vivencias, en definitiva, la vida, de la que se sirve como guía para la práctica cotidiana. Pirrón «toma por guía la vida»³ y «se fía de sus representaciones como se fía de la vida»⁴. Timón decía: «No postulo que la miel sea dulce, pero admito que parece dulce»⁵. Y aun dejando de lado lo que sea el fuego en sí, todos podemos ponernos de acuerdo en que quemar, pues a todos nos produce el fenómeno de la quemadura.

Pirrón negaba también que en los asuntos valorativos y morales hubiera un bien o un mal objetivos o naturales, distintos de las cambiantes convenciones de los humanos. Unos dicen que el placer es bueno, otros que es malo, otros que es indiferente, y todos tienen argumentos que aportar, argumentos que se neutralizan mutua-

mente. Nada es bueno ni malo en sí. Y si algo lo es, nos resulta incognoscible. En la vida cotidiana lo más expeditivo consiste en aceptar las convenciones de la sociedad en que vivimos, pero no porque pensemos que son las mejores o que están racionalmente justificadas, ya que no hay nada que justificar.

La *epokhḗ* o abstención del juicio no parece un programa muy prometedor para la ciencia o para la política. Pero tampoco pretendía serlo. En una época agitada e insegura solo prometía el silencio, la calma, la serenidad, la *ataraxía*, la paz, en definitiva lo mismo que prometían sus rivales dogmáticos.

El escepticismo académico

Aunque Timón murió sin discípulos, el escepticismo no murió con él, sino que pasó a la más venerable de las instituciones filosóficas de la época, la Academia fundada por Platón en Atenas. De ahí el nombre de académico con que se designa este escepticismo de nuevo cuño. Hasta entonces, la Academia había defendido la metafísica platónica de las formas separadas y las almas inmortales. Todo esto iba a cambiar con Arcesilao de Pitane.

Arcesilao (en griego, *Arkesílaos*) nació hacia -315 en Pitane (en Anatolia occidental). Después de estudiar matemáticas se trasladó a Atenas, donde primero oyó a Teofrasto en el Perípatos y luego a los filósofos académicos, Polemón, Krantor y Krates, con los que se quedó. Al morir Krates, hacia -268, Arcesilao le sucedió como escolarca de la Academia. También había trabado amis-

tad con el megárico Diodoro, cuya sutileza dialéctica apreciaba, y con Pirrón de Elis, que influyó decisivamente en su pensamiento. No escribió nada.

Con Arcesilao la Academia experimentó un espectacular cambio de rumbo, que llevó a los antiguos a hablar a partir de entonces de la Nueva Academia. Pero, al abandonar el viejo platonismo trascendentalista, Arcesilao pretendía volver a las raíces primigenias de la escuela, enlazando con la original inspiración socrática, tal y como ésta se presentaba en los diálogos juveniles de Platón. En ellos aparecía un Sócrates inquisidor e inconclusivo, que se preguntaba por lo que era la piedad o la amistad o la virtud, y que, después de dar vueltas al asunto y de considerar y criticar varias propuestas, acababa confesando que seguía sin saber la respuesta. El diálogo platónico maduro *Parménides* nos muestra también una dialéctica que alternativamente defiende y ataca las mismas tesis. Arcesilao pretendía continuar y poner al día esa dialéctica, buscando argumentos a favor y en contra de cada tesis, el *pro et contra dicere*, que le atribuye Cicerón⁶.

Después de considerar los argumentos a favor y en contra de una tesis, Arcesilao no se decide por los unos o por los otros, sino que se abstiene de juzgar, practicando así la *epokhē*.

Arcesilao polemizaba con todas las doctrinas dogmáticas y especialmente con el estoicismo, que en la misma Atenas estaba exponiendo Zenón de Kition. Con especial saña desmontaba la teoría estoica del conocimiento y su presunto criterio de verdad, basado en la representación reconocible (*katalēptikē phantasia*). Según Ze-

nón, el error consiste en prestar nuestro asentimiento a una representación no reconocible y, por tanto, posiblemente falsa. Ese error se debe a una enfermedad de la mente del necio. La mente perfectamente sana del sabio solo presta su asentimiento a las representaciones reconocibles, tan claras y distintas, que garantizan por sí mismas la verdad de la proposición que las expresa. Pero Arcesilao argüía que podemos tener representaciones tan claras y distintas de los objetos ficticios como de los reales, de las relaciones fácticas como de las imaginarias. No hay ningún reconocimiento (*katálēpsis*) infalible que sirva para diferenciar unas representaciones de otras. Es imposible apoyarse en certezas. El sabio, si es honrado consigo mismo, debe reconocer –como Sócrates– que nada sabe y abstenerse de juzgar.

De todos modos, la abstención judicativa teórica no tiene por qué conducir a la paralización práctica. Arcesilao rechazaba el dogmatismo de la ética estoica, pero aceptaba lo razonable (*éulogon*) como guía para la acción. Tampoco aquí hay criterios infalibles, pero eso no significa que todo dé igual; podemos tener mejores, aunque inseguras, razones para seguir un curso de acción más bien que otro, en cuyo caso será más razonable hacer lo primero. Esta noción de lo razonable anuncia ya la importancia que lo probable tomará en Carnéades.

Carnéades de Cirene (en griego, *Karneádēs Kyrēnaíos*) nació hacia –215 en Cirene (*Kyrēnē*), en el norte de África. En Atenas oyó al estoico Diógenes de Seleucia y fue discípulo del académico Hegesino, a quien sucedió al frente de la Academia hacia –162. En –156 formó parte de la embajada filosófica enviada por Atenas a Roma

para solicitar la cancelación de una multa, de la que también formaban parte Diógenes y el peripatético Critolao. En Roma, Carnéades habló un día elocuentemente a favor de la justicia y al día siguiente en contra de ella, con gran éxito de público y escándalo del austero Cato, que lo expulsó de la ciudad. Tuvo una gran reputación como pensador sutil, polemista agudo y orador brillante, y el eco de sus doctrinas nos llega sobre todo a través de Cicerón y de Sexto Empírico. Murió en -129, ciego y enfermo, sin dejar escrito alguno.

Carnéades fue un trabajador infatigable. El centro de su actividad fue la polémica constante contra el estoicismo de Crisipo, para lo cual leía y conocía muy bien las obras de este filósofo. Comentando el dicho entonces corriente de que si Crisipo no hubiera existido, no habría habido Stoa, él añadía jocosamente que si Crisipo no hubiera existido, tampoco habría habido Carnéades.

Recogiendo y profundizando la crítica de Arcesilao a la gnoseología estoica, Carnéades señalaba que si bien unas representaciones pueden corresponder a los hechos y otras no, nosotros carecemos de un criterio seguro para diferenciar unas de otras. La evidencia, claridad y distinción de la representación no es garantía ninguna de que la realidad correspondiente sea como ella la representa. Según los estoicos, la representación reconocible es tal que corresponde unívocamente a un solo hecho y objeto, y no hay dos objetos idénticos. Pero Carnéades rebatía esto, aludiendo a la extrema dificultad o imposibilidad de tener representaciones distintas de dos huevos iguales, o de dos hermanos gemelos, así como considerando las representaciones que tenemos en sueños y

las alucinaciones. Las representaciones reconocibles con seguridad como exactas y verdaderas simplemente no existen. No hay criterio alguno de verdad. No es posible afirmar nada con seguridad acerca del mundo. Hay que abstenerse de juzgar.

La gran aportación epistemológica de Carnéades estriba en que no se contentó con quedarse en la *epokhḗ* o abstención del juicio, sino que fue más allá, desarrollando una teoría de la verosimilitud o probabilidad (*tò pithanón*) que, aun excluyendo las doctrinas metafísicas de los dogmáticos, daría cuenta del comportamiento cognitivo de los humanos razonables.

Es cierto que no hay manera de distinguir con seguridad las representaciones reconocibles, que cuadran perfectamente con sus objetos, de las demás. Pero eso no significa que todas las representaciones sean iguales. Toda representación sensible es una apariencia de algo o alguien bajo ciertas circunstancias. Quien ve algo puede gozar de buena vista o estar medio cegato. La visión del primero es más digna de confianza. Puede verlo a plena luz o en penumbra. La representación obtenida en el primer caso será más de fiar. Aunque eso no implique garantía alguna, la representación nítida y clara siempre es preferible a la borrosa y confusa. Y más verosímil es lo observado por varios espectadores que lo visto por uno solo. En definitiva, aunque ninguna representación es reconocible en sentido estoico y ninguna es garantía de verdad, sin embargo, unas representaciones son más fidedignas que otras. En consecuencia, tampoco todas las opiniones son indiferentes. Unas opiniones son más probables o verosímiles que otras.

Cuando el sabio desee acudir por mar a una isla próxima, examinará todas las circunstancias. Si el barco está en buen estado, el timonel es experto y el mar está en calma, concluirá que es probable que la travesía se realice con éxito y emprenderá el viaje. Nunca podrá estar seguro de acertar, pero la probabilidad que se desprenda del examen detenido de las circunstancias bastará para tomar la decisión práctica. En definitiva es la contrastación con nuestras otras experiencias y con las experiencias de los demás lo que puede contribuir a aumentar la verosimilitud de nuestras representaciones y creencias. No se puede aspirar a más que la verosimilitud, pero ella basta para todas las necesidades de la vida.

Carnéades fue un infatigable polemista, que criticó con humor y agudeza las tesis estoicas de la existencia de los dioses, de la providencia divina y del fatalismo, así como la adivinación y la astrología. También analizó y criticó las doctrinas morales de su tiempo, poniendo al descubierto sus ambigüedades y dificultades. Fue un pensador potente e incisivo, que obligó a las escuelas dogmáticas, y en particular a los estoicos, a repensar, aclarar e incluso revisar muchos extremos de su filosofía, a fin de protegerla de sus implacables críticas.

6. El Museo y la ciencia alejandrina

Tras haber derrotado a Darío III, el último gran rey persa, Alejandro Magno había sido acogido triunfalmente en Egipto como un libertador y casi como un dios. Alejandro, encantado, decidió fundar una gran ciudad que llevara su nombre, Alejandría (*Alexándreia*), estratégicamente localizada para convertirse en la encrucijada de las rutas comerciales y de navegación del Mediterráneo oriental, de África y de Asia. Frente al emplazamiento elegido por Alejandro estaba la isla de Faros, que pronto se unió a la costa por un largo dique que creó dos magníficos puertos. Sobre la isla se construyó una enorme torre, que culminaba en un gran espejo bruñido que reflejaba la luz solar durante el día y en un gran fuego que ardía toda la noche, guiando así a muchas generaciones de navegantes, hasta su destrucción en 1340. La torre de Faros acabó siendo conocida como el faro por antonomasia y acabó dando nombre a todos los faros del mun-

do. Alejandro Magno mismo fue enterrado en Alejandría por Ptolemeo I, fundador de la dinastía helenística de los lágidas, que habían establecido allí su capital y que gobernarían Egipto como faraones hasta la conquista romana.

Ptolemeo I era un hábil político, con gran sentido para la propaganda y la reputación. Si el haber enterrado en su capital a Alejandro le confirió un gran prestigio inicial entre los griegos, el haber sabido convertir a Alejandría en el centro cultural del mundo antiguo aseguró a su dinastía la admiración perdurable de las gentes cultas del Mediterráneo y el Oriente Próximo. Ayudado por el peripatético Demetrio de Fáléron, inició la constitución de la gran Biblioteca de Alejandría, así como de su Museo, que pronto se constituirían en el foco intelectual de todo el mundo helenístico. Otro peripatético ilustre, Estratón de Lámpsaco, fue preceptor de su hijo y heredero Ptolemeo II (como Aristóteles lo había sido antes de Alejandro), antes de regresar a Atenas para suceder a Teofrasto como escolarca del Perípatos o Liceo (la escuela aristotélica).

Todas las dinastías helenísticas trataron de presentar sus cortes como centros de cultura helénica, pero el mayor éxito en este empeño lo alcanzaron los Ptolemeos. Alejandría se convirtió en la capital indiscutida de la ciencia, el arte y la erudición. Solo la filosofía permanecía anclada en Atenas, sede de las escuelas filosóficas tradicionales. Todo el resto de la cultura giraba en torno a Alejandría. En cualquier caso, Alejandría era la mayor urbe del mundo helenístico y, por el número de sus habitantes, la mayor ciudad griega, egipcia y judía. También

era un gran puerto y un centro de poder político y económico, una ciudad cosmopolita, que recibía un flujo constante de navegantes, visitantes, mercaderes y estudiosos de todo el mundo conocido.

El Museo y la Biblioteca

La zona más elegante de Alejandría constaba de grandes edificaciones de mármol blanco, con sus correspondientes murallas, patios y pasillos porticados, en torno a un gran jardín o parque urbano. A un lado del parque quedaba el palacio real de la dinastía lágida. Al otro lado, las construcciones del Museo y de la Biblioteca. También allí se levantaba el Serapeum, el gran templo de Serapis, el nuevo dios greco-egipcio, que en cierto modo representaba el espíritu sintético de la monarquía de los Ptolemeos.

La Biblioteca de Alejandría fue inicialmente organizada por Demetrio de Fáléron, discípulo de Aristóteles. Además de almacenar libros y de facilitar su lectura o consulta a las personas autorizadas, la Biblioteca asumía la tarea de editar e investigar los textos. Los libros antiguos desaparecían si dejaban de copiarse. La Biblioteca realizó una gran tarea de recopilación, catalogación, colación y copia manuscrita de todo tipo de textos, dedicándose con particular ahínco al estudio de las obras de los autores clásicos griegos, reuniendo, comparando y editando críticamente los manuscritos e inaugurando así la ciencia filológica. A esta tarea se dedicaban escribas y filólogos procedentes de todo el mundo helénico, algu-

nos tan famosos como los editores de las obras de Homero, como Aristófanes de Bizantio y Aristarco de Samotracia, ambos del siglo –II.

La Biblioteca disponía de varios edificios, pero, al aumentar la colección, muchos libros fueron trasladados al Serapeum. En la época helenística, casi todos los textos se copiaban y guardaban en forma de rollos de papiro, aunque más tarde se introdujeron los códices de pergamino. Es imposible saber cuántos rollos había en la Biblioteca de Alejandría; se habla de medio millón. De todos modos, una misma obra solía abarcar varios rollos y, además, podía estar copiada varias veces. Por tanto, el número de obras distintas habría sido de varias decenas de millares.

Plutarco cuenta que un incendio provocado por Julio César durante una batalla en el puerto se trasladó a la Biblioteca, destruyéndola en –48. Sin embargo, este testimonio es poco fiable. Ninguna otra evidencia lo refrenda. Además, solo veinticinco años más tarde, el geógrafo Estrabón estuvo trabajando en la Biblioteca de Alejandría, que estaba en pleno funcionamiento. Así pues, parece probable que, durante la época helenística, la Biblioteca mantuviera intacta su rica colección de libros. Sin embargo, durante la época confusa del final del Imperio Romano, del fanatismo cristiano y de la conquista islámica, la famosa Biblioteca acabó desapareciendo. Así, cuando en 391 el emperador cristiano Teodosio ordenó la destrucción de todos los templos paganos, el propio patriarca Teófilo de Alejandría, al frente de una chusma de cristianos fanáticos, dirigió el saqueo y demolición del Serapeum, que contenía parte de la Biblioteca.

Quizá algunos de sus fondos fueran luego transferidos a Constantinopla, pero no lo sabemos. Sea ello como fuere, actualmente no hay en Egipto ni rastro de la famosa colección de libros. La biblioteca de Al-Azhar, de El Cairo, que conserva sus fondos bibliográficos desde su fundación en el siglo VIII, no contiene texto alejandrino alguno.

La Biblioteca de Alejandría era una institución sin par, aunque en el siglo –II cundió su ejemplo en Pérgamo, donde Eumenes II fundó otra gran biblioteca y centro de investigación. Incluso hoy en día permanece el prestigio casi mítico de aquella gran Biblioteca. De ahí surgió la iniciativa de la nueva *Bibliotheca Alexandrina*, creada por la UNESCO en honor de la antigua, con la que no tiene nada que ver, y alojada en un espectacular y moderno edificio, inaugurado en 2003.

La Biblioteca era parte del Museo –*Mouseion*, templo de las musas– de Alejandría, una especie de universidad o centro de investigación científica. Todos los museos del mundo se llaman así por analogía con el de Alejandría.

En 2004, arqueólogos polacos y egipcios excavaron lo que podrían haber sido aulas del Museo o de la Biblioteca con capacidad para miles de alumnos. Los escritores, matemáticos, científicos, eruditos, geógrafos, médicos y filólogos, que, procedentes de todo el mundo helenístico, trabajaban en esas instituciones, recibían becas y ayudas de la corte, que les permitían dedicarse por entero a su actividad. Eran los huéspedes del rey, que los mantenía y que a veces los visitaba y se interesaba por sus investigaciones y trabajos, lo cual no le resultaba

nada difícil, pues los tenía junto a su palacio. El recinto del Museo incluía también residencias para los investigadores y un gran refectorio, donde comían en común.

Aparte de la Biblioteca, el Museo contenía diversas dependencias y colecciones, un parque zoológico, un jardín botánico e instalaciones especializadas para las prácticas anatómicas y la disección de cadáveres. Estas últimas, junto con la libertad de investigación que permitía la disección de los cadáveres de los ajusticiados, resultaron decisivas para el florecimiento de la anatomía en Alejandría.

Herófilo y Erasístrato

La anatomía helenística fue fundada por Herófilo de Calcedonia y Erasístrato de Keos.

Herófilo de Calcedonia (*Hēróphilos Khalkēdónios*) actuaba ya como médico en Alejandría hacia -290. Aunque inicialmente formado en la tradición hipocrática, luego rompió con ella y fundó en el Museo de Alejandría la anatomía descriptiva, basada en la disección de cadáveres humanos. Influido por el escepticismo de Pirrón, practicó la *epokhé* o suspensión del juicio sobre la etiología de los fenómenos. Adoptó un punto de vista a la vez empirista y escéptico, en oposición a hipocráticos y aristotélicos.

Herófilo fue el primer anatomista en describir y nombrar el duodeno (la porción inicial del intestino), en su obra *Anatomiká*. En su monografía sobre el ojo describió y nombró la retina. Se interesó por el pulso. Como terapeuta, puso a prueba diversos fármacos nuevos.

Erasístrato de Keos (*Erasístratos Keios*), así llamado por la isla (*Kéōs*) en la que nació, una de las Cícladas, fue, junto a Herófilo, el más famoso de los médicos del siglo -III. Nació hacia -304 y murió más tarde de -250.

Quizá fue discípulo de Teofrasto o de Estratón, y en cualquier caso estuvo influido por el aristotelismo, aunque todavía más por el atomismo de Demócrito y Epicuro.

En medicina teórica, se opuso (junto con Herófilo) a la predominante tradición hipocrática. De los médicos occidentales y los estoicos tomó la idea del *pneuma*. Las ideas sobre el vacío las recibió de los atomistas y de Estratón, que (en contra de la opinión de Aristóteles) admitía el vacío para explicar (por el horror al vacío) los fenómenos neumáticos. Erasístrato aplicó estas ideas a la respiración.

Erasístrato hizo descubrimientos en anatomía, como el de los vasos quilíferos. El quilo (*khylos*) es el líquido lechoso, compuesto de linfa y grasa emulsionada, que los vasos quilíferos toman del intestino después de la digestión. Se interesó por la anatomía patológica y por las modificaciones en forma y dureza que sufren los órganos en ciertas enfermedades. También practicó, como Aristóteles, la anatomía comparada, haciendo disecciones de cadáveres humanos y de otros animales.

Como fisiólogo, Erasístrato estuvo a punto de descubrir la gran circulación de la sangre y llegó a conocer varios de los detalles implicados, como las válvulas cardiacas. Pero defendió que las arterias solo transportaban *pneuma* (aire). Solo las venas transportarían sangre.

Entre sus obras destacan *Diáirseis* (Anatomía), *Peri tōn kathólou pragmateía* (Fisiología) y monografías con

descripciones y terapias (un tanto especulativas) de varias enfermedades.

Erasístrato investigó y enseñó en el Museo de Alejandría, donde sus discípulos siguieron cultivando sus ideas. La tradición erasistratea todavía seguía viva cuatro siglos más tarde, cuando Galeno estudió en Alejandría y asimiló e incluyó en su propio sistema varias de las tesis de Erasístrato. Sin embargo, en la Roma del siglo II el ambiente intelectual era menos libre que en la Alejandría helenística. Las prohibiciones y los prejuicios impedían la disección de cadáveres humanos, por lo que Galeno se vio limitado a contrastar sus hipótesis anatómicas solamente en cadáveres de cabras y macacos.

7. La matemática helenística

Euclides

El siglo -III fue el momento más brillante de la ciencia antigua. Las reflexiones científicas de la época anterior fueron continuadas y elevadas a un nivel de asombrosa madurez y perfección, culminando en la obra de varios de los científicos más grandes de todos los tiempos. Este desarrollo fue especialmente patente en el campo de la matemática, en que destacan los nombres de Euclides, Arquímedes y Apolonio.

La fama inmensa de la obra de Euclides (en griego, *Eukleidēs*) contrasta con lo poco que sabemos de su vida. No sabemos dónde ni cuándo nació. Quizás estudió matemáticas en la Academia platónica de Atenas, donde podría haber asimilado la obra de Teeteto (*Theáitetos*) y de Eudoxo de Knidos (*Eudoxos Knidios*). En cualquier caso, en algún momento se trasladó a Alejan-

dría, donde se estableció y ejerció su actividad y enseñanza, probablemente en el Museo de aquella ciudad, durante el reinado de Ptolemeo I Soter (-306 a -283).

Se cuenta que un día preguntó el rey Ptolemeo a Euclides si no había una manera más fácil de introducirse en la geometría que mediante el estudio de sus *Elementos*, a lo que éste respondió que no existía un camino real para llegar a la geometría. También se cuenta que otro día un alumno, que acababa de estudiar los primeros problemas, preguntó qué iba a ganar aprendiendo tales cosas. Euclides llamó a su esclavo y le dijo: «Entrega unos centavos al muchacho, pues necesita ganar algo con lo que aprende». Euclides practicaba y enseñaba la matemática pura, en el doble sentido de matemática insobornablemente rigurosa (y a ello alude la primera anécdota) y de matemática alejada de toda aplicación utilitaria (y a ello se refiere la segunda).

Las obras de Euclides son (junto con el libro de Autolykos sobre la esfera rotatoria) los más antiguos tratados griegos de matemática que se hayan conservado. Desde luego no fueron los primeros, sino todo lo contrario, presuponian y resumían una rica tradición escrita anterior, a la vez que la hacían obsoleta. Así, la más famosa de las obras de Euclides, los *Elementos* (*Stoikheia*), vino a sustituir a varias otras obras anteriores de elementos de geometría, que a partir de entonces dejaron de ser copiadas y se perdieron.

Los *Elementos* por antonomasia serían ya para siempre los *Elementos* de Euclides. Y su autor pasaría a ser él mismo también conocido como el Elementador (*ho Stoikheiotés*). Esta obra, que desplazó a tantas otras y

que no fue desplazada por ninguna, ha sido sin duda el libro de matemáticas (e incluso el libro de texto, en general) más exitoso de todos los tiempos. Ya en la Antigüedad se multiplicaron las copias, ediciones, abreviaciones, ampliaciones, resúmenes, comentarios y escolios de los *Elementos* de Euclides. Traducida repetidamente al latín, al árabe, al persa, al hebreo, al siríaco, la Edad Media vio otra explosión de sumarios, recensiones y emiendas (sobre todo en árabe) de esta obra. Desde la introducción de la imprenta en el siglo XV, se han impreso más de mil ediciones de la misma y ha sido usada como libro de texto en escuelas y universidades hasta comienzos de nuestro siglo. Todavía entusiasmaría al joven Einstein y a otros de su generación. Bertrand Russell descubrió los *Elementos*, a los once años de edad, y quedaría inmediatamente fascinado.

Aristóteles había expuesto en los *Analíticos Posteriores* el ideal de una ciencia demostrativa, que procedería deductivamente, demostrando sus teoremas a partir de sus principios primeros indemostrables, divididos en axiomas, hipótesis y definiciones. Los axiomas serían principios muy abstractos, comunes a varias ciencias. Las hipótesis serían tesis existenciales peculiares de la ciencia en cuestión. Las definiciones fijarían el significado de sus conceptos básicos. En los *Elementos* de Euclides queda plasmado y realizado ese ideal. Los resultados y descubrimientos de los matemáticos anteriores son reordenados y expuestos en forma de teoría axiomática. Al frente de la misma aparece una lista de axiomas o nociones comunes (*koinai énnoiái*), otra de hipótesis o postulados (*aitemata*) y otra de definiciones (*hóroi*).

He aquí los cinco axiomas o nociones comunes:

- 1) Cosas iguales a una misma cosa son iguales entre sí.
- 2) Si a cosas iguales se añaden otras iguales, los totales son iguales.
- 3) Si de cosas iguales se quitan otras iguales, las restantes son iguales.
- 4) Cosas que coinciden entre sí son iguales entre sí.
- 5) El todo es mayor que la parte.

Los axiomas 1, 2, 3 y 5 son efectivamente principios muy generales, aplicables no solo en geometría, sino también en otras ciencias. Por el contrario, el axioma 4, al hacer uso de la noción de coincidencia (o congruencia de figuras), solo tiene aplicación en geometría.

He aquí los cinco postulados:

Postúlese:

- 1) Trazar una línea recta desde cualquier punto a cualquier otro punto.
- 2) Prolongar en línea recta cualquier segmento rectilíneo.
- 3) Describir un círculo con cualquier centro y radio.
- 4) Todos los ángulos rectos son iguales entre sí.
- 5) Si una línea recta que incide sobre dos líneas rectas dadas produce ángulos internos del mismo lado menores que dos rectos, entonces esas dos líneas rectas, prolongadas indefinidamente, se cruzarán por el lado en que los ángulos internos sean menores que dos rectos.

Los postulados 1, 2 y 3 son hipótesis existenciales que nos obligan a admitir que ciertas operaciones (trazar o prolongar una línea, describir un círculo) son posibles y, por tanto, que las figuras resultantes existen. Los postulados 4 y 5 son tesis peculiares de la geometría. En especial, el postulado 5 o postulado de las paralelas es característico de la geometría euclídea y equivale a la afirmación de que por un punto exterior a una recta pasa una y solo una paralela a esa recta.

Las definiciones son más numerosas y aparecen al principio de varios libros. Unas, como las dos primeras, que seudodefinen los conceptos primitivos de punto y línea, no son genuinas definiciones y no se emplean nunca: «(1) Punto es lo que carece de partes. (2) Línea es longitud sin anchura». La mayoría de las definiciones, sin embargo, son correctas y se emplean con frecuencia. Por ejemplo, «una figura rectilínea está inscrita en un círculo cuando el vértice de cada ángulo de esa figura está situado en la circunferencia de ese círculo» [IV, 3].

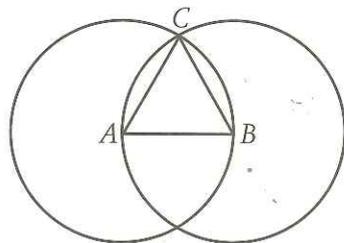
Cada libro de los *Elementos* está articulado en proposiciones, de las cuales unas son teoremas, en los que se trata de probar una verdad, y otras son problemas, en los que se trata de hacer algo. En cualquier caso tanto la verdad de los teoremas como la justificación de la solución de los problemas se obtiene deductivamente a partir de los principios (axiomas, postulados y definiciones), haciendo uso de los teoremas previamente probados y de los problemas previamente resueltos. De hecho la distinción entre axiomas y postulados no está nada clara y ya fue puesta en cuestión en la Antigüedad. Y los proble-

mas pueden fácilmente reformularse de tal modo que se conviertan en teoremas.

En casi todas las proposiciones (teoremas o problemas) se procede de la misma manera. Primero se formula el teorema o el problema en general. Esta formulación se llama *prótesis* (proposición). Luego se indica una figura particular determinada, a título de ejemplo y se dibuja al lado. Esta ejemplificación se llama *ékthesis*. A continuación se dice que lo que afirma en general el teorema vale en especial de esta figura o se invita a hacer sobre esta figura concreta lo que el problema pide hacer en general. Luego se pasa a realizar una o varias construcciones auxiliares en torno a la figura mostrada por *ékthesis*, a partir de la cual se trazan así nuevas líneas. Esta construcción auxiliar se llama *kataskeuē* (maquinaria). Con esto se está ya en posición de llevar a cabo la demostración (*apódeixis*) o prueba de que lo que afirma el teorema en general vale en particular para la figura mostrada por *ékthesis* o de que la solución aportada soluciona el problema general en este caso particular. Finalmente, y si se trata de un teorema, se repite como conclusión (*sympérasma*) la formulación general, para acabar siempre con la cláusula *hóper édei deixai* (que es lo que había que probar, *quod erat demonstrandum*), si se trata de un teorema, o con la cláusula *hóper édei poiêsai* (que es lo que había que hacer, *quod erat faciendum*), si se trata de un problema.

La primera proposición del libro I de los *Elementos* es un problema y se enuncia así: «Sobre un segmento rectilíneo dado, construir un triángulo equilátero». A continuación viene la *ékthesis*: «Sea AB el segmento rectilíneo dado. Así hay que construir un triángulo equilátero so-

bre el segmento AB ». Seguidamente se construyen dos círculos, uno con centro en A y radio AB y otro con centro en B y radio BA , lo cual es posible por el postulado 3, y se determina un triángulo cuyos vértices son A , B y uno de los puntos de intersección de ambos círculos, C , desde el que se trazan líneas a A y B , lo cual es posible por el postulado 1. Esta construcción (*kataskeuē*) se ilustra mediante el siguiente dibujo:

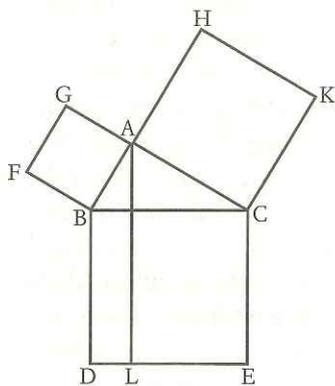


Finalmente se demuestra que el triángulo ACB es un triángulo equilátero, pues $AB = AC$, ya que ambos son radios del mismo círculo (y por la definición 15 todos los radios del mismo círculo son iguales), $AB = BC$, por la misma razón, y $AC = BC$, por el axioma 1. Y, por definición 20, triángulo equilátero es el que tiene los tres lados iguales. Además, el triángulo equilátero ACB está construido sobre el segmento AB , que es lo que había que hacer.

Con esto acaba el problema y queda demostrado que siempre es posible construir un triángulo equilátero sobre cualquier segmento rectilíneo dado, resultado que de aquí en adelante podrá ser usado en posteriores construcciones y demostraciones. La demostración sólo tiene un fallo. Aunque en el dibujo se ve claramente que los

dos círculos se cortan en dos puntos, el que así ocurra no se sigue de los axiomas, postulados y definiciones explicitados por Euclides. La existencia de esos puntos de intersección se da aquí implícitamente por supuesta y se queda por tanto sin probar. Éste y similares fallos en la teoría axiomática de los *Elementos* serían corregidos de un modo completamente satisfactorio más de dos mil años más tarde por David Hilbert en su obra *Grundlagen der Geometrie* (1899).

De todos modos la mayoría de los teoremas y problemas son demostrados y resueltos en los *Elementos* de un modo impecable e ingenioso. Así el llamado teorema de Pitágoras, que constituye la proposición 47 del libro I: «En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado que subtiende el ángulo recto es igual a los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto». Este teorema se prueba partiendo de un triángulo ABC ofrecido por *ékthesis* y realizando sobre él la construcción indicada en el siguiente dibujo:



Utilizando teoremas anteriores, Euclides prueba que el paralelogramo BL es igual (en área) al cuadrado $FGAB$, que el paralelogramo LC es igual (en área) al cuadrado $AHKC$ y, por tanto, que el cuadrado $BDEC$ (que es el cuadrado que subtiende el ángulo recto, es decir, el cuadrado de la hipotenusa) es igual (en área) a los cuadrados $FGAB$ y $AHKC$ (que son los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto, es decir, de los catetos) juntos, ya que evidentemente $BDEC$ es igual a los paralelogramos BL y LC juntos.

Los *Elementos* de Euclides están divididos en trece libros. El problema y el teorema que acabamos de mencionar pertenecen al libro I. Los libros I, II, III y IV están dedicados a la exposición de la geometría plana elemental. En ellos se resuelven problemas tales como la construcción de un cuadrado de la misma área que un polígono cualquiera dado (II, 14) o la inscripción de un polígono regular de quince lados en un círculo dado (IV, 16), y se prueban teoremas como el de Pitágoras (I, 47) o su inverso (I, 48). Los griegos habían desarrollado un álgebra geométrica, que les permitía resolver ecuaciones de primer y segundo grado por métodos puramente geométricos. El producto de dos números era representado por el rectángulo comprendido entre dos lados correspondientes a dichos números. El libro II de los *Elementos* incluye así varios teoremas algebraicos disfrazados en lenguaje geométrico. Así, el teorema II, 1 dice:

Si dadas dos rectas, se divide una de ellas en un número cualquiera de segmentos, el rectángulo comprendido por ta-

les dos rectas es igual a los rectángulos comprendidos por la recta no dividida y cada uno de los segmentos.

Lo cual, ejemplificado en un gran rectángulo dividido en tres, es una manera geométrica de expresar la ley algebraica de la distributividad de suma y producto, es decir, que $a \cdot (b + c + d) = a \cdot b + a \cdot c + a \cdot d$. El teorema II, 2 dice:

Si se corta una línea recta de cualquier manera, el cuadrado sobre la línea entera es igual a los cuadrados sobre los segmentos más el duplo del rectángulo comprendido entre los segmentos.

Lo cual equivale al teorema algebraico de que $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

Los libros V y VI están dedicados a la teoría de las proporciones. En especial el libro V, que se debe básicamente a Eudoxo de Knidos, presenta una teoría general de las proporciones de extraordinaria sofisticación y sutileza, que permite no solo establecer y operar con proporciones entre magnitudes conmensurables, sino también con inconmensurables. Los pitagóricos ya habían desarrollado una teoría de las proporciones entre números naturales y, en general, entre magnitudes conmensurables. El descubrimiento de magnitudes irracionales o inconmensurables había mostrado la radical insuficiencia de tal teoría, insuficiencia remediada por la teoría general de las proporciones de Eudoxo, expuesta por Euclides en el libro V. La definición de cuándo una magnitud está en la misma razón con otra que una tercera con otra

cuarta recuerda mucho a la definición de los números reales mediante cortes de Dedekind. El libro VI aplica la teoría general de las proporciones del libro V al caso de las figuras de la geometría plana.

Los libros VII, VIII, IX y X están dedicados a la aritmética o teoría de los números naturales. El libro VII incorpora la teoría pitagórica de la proporcionalidad numérica, así como una serie de teoremas sobre números primos y el mínimo común múltiplo. El libro VIII trata de las progresiones geométricas de números. El libro IX incluye el teorema fundamental de la aritmética, que establece la descomposición unívoca en factores primos de todo número natural (IX, 14). Esos tres libros sistematizan los resultados previamente obtenidos por los pitagóricos. El libro X recoge las investigaciones de Teeteto sobre las magnitudes irracionales, e incluye tests de inconmensurabilidad y una detallada clasificación de segmentos rectilíneos inconmensurables o irracionales respecto a uno dado.

Los libros XI, XII y XIII, finalmente, están dedicados a la estereometría o geometría de los sólidos. El libro XI presenta las propiedades fundamentales de los sólidos geométricos: pirámides, prismas, esferas, conos, cilindros y poliedros. El libro XII, debido a Eudoxo, aplica el método de la exhaustión (es decir, la inscripción sucesiva de figuras con cada vez más lados) para probar teoremas tales como que (las áreas de) los círculos están entre sí en la misma proporción que los cuadrados de sus diámetros (XII, 2), o que el volumen de un cono es un tercio del volumen del cilindro con la misma base y altura (XII, 20). El libro XIII, debido a Teeteto, está íntegra-

mente dedicado a los cinco poliedros regulares o «platónicos»: el tetraedro, el octaedro, el cubo, el icosaedro y el dodecaedro. Se estudia el problema de determinar la arista de cada uno de ellos en función del radio de la esfera circunscrita. En los tres primeros casos se determina, efectivamente, dicha arista en función del radio. En los dos últimos se muestra que la arista es inconmensurable con el radio. Finalmente, se inscriben los cinco poliedros regulares dentro de la misma esfera, y se prueba que no puede haber más poliedros regulares.

En definitiva, Euclides no fue un descubridor genial de nuevos resultados matemáticos, pero sistematizó espléndidamente los resultados de los demás, ordenándolos en forma de una teoría axiomática amplia, coherente y rigurosa (al menos de acuerdo con los estándares anteriores a nuestro tiempo).

Además de los *Elementos*, Euclides escribió varias otras obras. Algunas se han conservado, como *Dedoména* (Sobre lo dado), que complementa la geometría plana de los *Elementos* con teoremas del tipo que si ciertas cosas de una figura están dadas, otras cosas distintas de ellas están también dadas o implicadas por las primeras. *Perí diairéseōn* (Sobre la división de figuras), perdido en griego, se ha conservado en árabe. En griego se han conservado *Phainómena*, una obra de geometría esférica aplicada a la astronomía, y *Optiká*, dedicada a las leyes de la perspectiva. Entre las obras perdidas pueden mencionarse *Pseudaria*, en que contraponía pruebas correctas e incorrectas de las mismas cosas, para enseñar al principiante a distinguirlas; *Porísmata*, un tratado avanzado de matemáticas en tres libros, y un tratado, *Koniká*,

sobre secciones cónicas, más tarde desplazado por la obra de Apolonio sobre el mismo tema.

Arquímedes

Si Euclides fue un sistematizador de ideas ajenas, Arquímedes (en griego, *Arkhimédēs*) fue el más genial y original de todos los matemáticos antiguos.

Arquímedes nació en -287 en Siracusa. Era hijo del astrónomo Fidias, que había escrito un opúsculo sobre el diámetro del Sol y de la Luna. Su familia era lo suficientemente acomodada como para que él pudiera dedicarse completamente a la investigación. En cualquier caso fue amigo del rey de Siracusa, Hieron II, y de su hijo y sucesor Gelon. Pasó una larga temporada en Alejandría, donde conoció a los discípulos de Euclides, con algunos de los cuales, como Konon Samios, trabó estrecha amistad. De vuelta a Siracusa, siguió carteándose con Konon y, a su muerte, con su discípulo Dositheos, así como con Eratóstenes, a los que comunicaba sus descubrimientos y pruebas. En Siracusa pasó el resto de sus días, dedicado a la investigación matemática pura, aunque en sus ratos libres también construía ingeniosos aparatos mecánicos. Durante la segunda guerra púnica los romanos trataron de asaltar Siracusa por tierra y por mar, pero las máquinas de guerra (catapultas, garfios y grúas que levantaban la proa de los buques y los hundían, etc.) inventadas por Arquímedes hicieron fracasar el asalto. De todos modos, los romanos asediaron durante largos meses la ciudad y, finalmente, entraron en ella en -212. Uno

de los soldados invasores mató a Arquímedes, que contaba entonces setenta y cinco años de edad.

En la Antigüedad, Arquímedes tenía una gran reputación como ingeniero. Todos los historiadores (Polibio, Tito Livio, Plutarco...) atribuyen a sus ingeniosos inventos militares la inicial derrota del asalto romano a Siracusa, recreándose en la descripción de los enormes brazos giratorios que de pronto aparecían sobre las murallas, arrojando pesos sobre las naves romanas o engancharo y levantando sus proas hasta hundirlas, sembrando así el pánico entre los atacantes. Durante su estancia en Egipto inventó una máquina hidráulica en forma de tornillo helicoidal que servía para sacar el agua de las acequias y regar los campos, y que luego fue utilizada también para sacar agua de las minas de plata de Cartagena e incluso para achicar el agua de los barcos. Entendido en astronomía, como su padre, construyó un planetario en forma de esfera metálica que simulaba los movimientos del Sol, la Luna y los cinco planetas entonces conocidos, así como los eclipses. Todavía Cicerón vio funcionar este planetario durante su estancia en Sicilia.

En el libro VII de la *Física* Aristóteles había expuesto la ecuación fundamental de su dinámica, según la cual la velocidad a que se mueve un móvil es directamente proporcional a la fuerza aplicada para moverlo e inversamente proporcional a la masa del móvil y a la resistencia del medio. Pero eso solo ocurre para fuerzas mayores que un cierto valor mínimo dado, por debajo del cual se presenta una discontinuidad en la eficacia de la fuerza, que ya no puede mover al móvil de ningún modo. Aristóteles ponía el ejemplo de un barco varado, que puede

ser arrastrado por veinte hombres a cierta velocidad y quizá todavía por diez hombres a la mitad de tal velocidad, pero si seguimos quitando hombres, llegará un momento en que los que queden no es ya que lo muevan más despacio, sino que no lo moverán en absoluto. En efecto, sería imposible que un solo hombre moviese el barco, según Aristóteles. Arquímedes, por el contrario, pensaba que no se da tal discontinuidad, sino que cualquier fuerza puede mover cualquier peso, con tal de que se ejerza sobre una longitud suficiente. A fuerzas menores corresponden velocidades menores, pero no nulas. A fin de refutar públicamente la tesis de Aristóteles y confirmar la suya, Arquímedes hizo amarrar un gran barco varado en la playa de Siracusa, que acababan de arrastrar trabajosamente entre muchos hombres, a un complejo polipasto que él había construido y gracias al cual él mismo fue capaz de arrastrarlo lentamente. Incluso el rey Hieron II, que estaba presente, lo pudo arrastrar también.

Arquímedes fue el primero y casi único griego que trató de aplicar la matemática a la mecánica, en especial a la estática y la hidrostática. Primero estudiaba los asuntos experimentalmente, obteniendo así medidas aproximadas que le servían de pistas para la formulación de la teoría, que finalmente adoptaba una forma axiomática y matemática. En esto no tuvo continuadores hasta Galileo, Torricelli y Newton, que habían leído sus obras en traducción latina y se habían sentido inspirados por ellas.

Los griegos conocían la palanca desde hacía tiempo, y en la escuela peripatética se había llegado a formular la

Los teoremas 6 y 7 expresan la ley de la palanca, el uno para las magnitudes (de peso o fuerza) conmensurables, el otro para las inconmensurables: «Dos magnitudes se equilibran a distancias inversamente proporcionales a esas magnitudes». Otros teoremas se refieren al centro de gravedad, por ejemplo, el teorema 14: «El centro de gravedad de un triángulo se encuentra en la intersección de las líneas trazadas desde dos de sus ángulos al medio de los lados opuestos.» O el teorema 4 del libro segundo: «El centro de gravedad de un segmento de parábola cortado por una línea recta se encuentra en el diámetro de ese segmento». O el teorema 8 de ese mismo libro: «Si AO es el diámetro de un segmento parabólico y G es su centro de gravedad, entonces $AG = 3/2 GO$ ».

Arquímedes es también el creador de la hidrostática. Se cuenta que el rey Hieron II le encargó comprobar si la corona de oro que había recibido era efectivamente de oro puro. Pensando en el problema se metió en la bañera llena de agua y, al observar que el agua rebosaba mientras él se introducía, salió a la calle desnudo gritando *héurēka* (lo encontré). Parece que el procedimiento encontrado consistía en determinar el volumen de la corona, introduciéndola en un recipiente lleno de agua y midiendo el agua rebosada, y luego comparar el peso de ese mismo volumen de oro puro con el peso de la corona. El de la corona resultó ser menor, prueba de que había mezcla en ella, por lo que el orfebre fue ejecutado. Esta anécdota está relacionada con el famoso principio de Arquímedes, que sigue apareciendo en los libros de física actuales y que (en su versión más simple) dice que todo cuerpo sumergido en un fluido sufre un empuje hacia arriba igual al peso del

volumen de fluido desalojado. Este principio permite explicar por qué los cuerpos de menor densidad que el agua flotan en ella o por qué los globos se elevan en el aire.

Sobre hidrostática escribió Arquímedes una obra en dos libros, titulada *Peri okhōuménōn* (Sobre los cuerpos flotantes). Aunque se ha perdido el original griego, se conserva una traducción latina. Partiendo de un único postulado acerca de la presión que ejercen los fluidos, Arquímedes prueba una serie de teoremas hidrostáticos, que incluyen las primeras formulaciones de su famoso principio. Teorema 5: «Si un sólido más ligero que un fluido se sitúa en ese fluido, se sumergirá en él hasta que el peso del sólido sea igual al peso del fluido desplazado». Teorema 6: «Si un sólido más ligero que un fluido es forzado a sumergirse en él, el sólido sufrirá un empuje hacia arriba equivalente a la diferencia entre su peso y el peso del fluido desplazado». Teorema 7: «Si un sólido más pesado que un fluido se sitúa en ese fluido descenderá hasta el fondo del fluido y, si se le pesa dentro del fluido, tendrá un peso aparente inferior a su peso real en una cantidad igual al peso del fluido desplazado». Evidentemente, por «más ligero» hay que entender aquí menos denso y por «más pesado», más denso. Todos los teoremas son demostrados por procedimientos geométricos rigurosos, no solo los elementales del primer libro, sino también los más complicados del segundo, que parecen a veces formar la base de una teoría matemática de la navegación, como este teorema 4:

Dado un segmento de un paraboloides de revolución cuyo eje AN es mayor que $3/4 p$ (donde p es el parámetro), y cuya gravedad específica es menor que la del fluido, pero está con